

Секция «Вычислительная математика и кибернетика»

Численное исследование регуляризации преобразования Радона.

Малахов Кирилл Владимирович

Студент

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Факультет
вычислительной математики и кибернетики, Москва, Россия

E-mail: kirillm100@rambler.ru

Первые математические алгоритмы для компьютерной томографии были разработаны в 1917 году австрийским математиком И. Радоном, называемые преобразование Радона. Физической основой метода является экспоненциальный закон ослабления рентгеновского излучения. Он состоит в решении следующей обратной задачи:

$$R(s, \alpha) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \delta(x \cos \alpha + y \sin \alpha - s) dx dy,$$

где δ – символ Дирака.

Так как исходные данные обратной задачи практически всегда являются неточными, то нужна регуляризация, так как иначе будет получен неверный результат. При исследовании были получены следующие аналитические выкладки:

$$f(-x, y) = \pi \int_0^\pi \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{R}(s, \alpha) q_\gamma(x \cos \alpha + y \sin \alpha) ds,$$

$$q_\gamma(t) = \pi \int_{-\infty}^{+\infty} |\omega| W_\gamma(|\omega|) e^{2\pi i \omega t} d\omega,$$

где $q_\gamma(t)$ - обратное преобразование Фурье, $W_\gamma(|\omega|)$ - регуляризующая функция.

Реализован численный алгоритм для разных регуляризующих функций и исследовано качество восстановленных изображений. Для ускорения вычислений используется быстрое дискретное преобразование Фурье и технология NVIDIA CUDA.

Для более качественного и точного определения границ (где это необходимо) уменьшалась палитра используемых цветов и изменялось градирование палитры с равномерного на экспоненциальное.

Литература

1. Троицкий И. Н. Статистическая теория томографии. – Москва: Радио и связь, 1989.
2. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я., Тимонов А. А. Математические задачи компьютерной томографии. – Москва: Наука, 1987.
3. Хермен Г. Восстановление изображений по проекциям: основы реконструктивной томографии. - Москва: Мир, 1983.

Конференция «Ломоносов 2012»

4. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. - Москва: Наука, 1979.