Секция «Математика и механика»

Конъюнкторная сложность в базисе Жегалкина для одной последовательности булевых функций

Краснова Татьяна Игоревна
Аспирант
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: kotovati@ya.ru

Будем рассматривать схемы из функциональных элементов в базисе $B = \{\&, \oplus, 1\}$ $[1, 2]$. Пусть каждый элемент, реализующий сумму по модулю два, имеет вес 0. А каждый конъюнктор имеет вес 1. Тогда $L^{\&}(f)$ — наименьшая из сложностей схем, реализующих булеву функцию f; под *сложностью схем* понимается сумма весов всех элементов этой схемы. Для монотонных симметрических пороговых булевых функций $f_2^n(x_1, \ldots, x_n) = \bigvee\limits_{1 \le i < j \le n} x_i x_j$ установлена конъюнкторная сложность.

Теорема. *Пусть $n \ge 2$ — четное, тогда $L^{\&}(f_2^n) = n-1$. Пусть $n \ge 3$ — нечетное, тогда $L^{\&}(f_2^n) = n-2$.*

В доказательстве теоремы важную роль представление функции f_2^n полиномом Жегалкина.

Лемма.

$$f_2^n(x_1, \ldots, x_n) = \bigoplus_{1 \le k \le n} (k+1)_{mod_2} p_n^k(x_1, \ldots, x_n),$$

где $p_n^k(x_1, \ldots, x_n) = \bigoplus_{1 \le i_1 < \ldots} x_{i_1} \cdot \ldots \cdot x_{i_k}$.

Литература

1. Лупанов О.Б. Асимптотические оценки сложности управляющих систем. М.: Изд-во МГУ, 1984.

2. Редькин Н.П. Дискретная математика. М.: Физматлит. 2009.

Слова благодарности

Выражаю признательность Н.П. Редькину за постановку задачи и внимание к работе. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 08-01-00863), программы государственной поддержки ведущих научных школ РФ (проект НШ-4437.2010.1) и программы фундаментальных исследований ОМН РАН «Алгебраические и комбинаторные методы математической кибернетики и информационные системы нового поколения» (проект "Задачи оптимального синтеза управляющих систем").