Секция «Математика и механика»

Задача о максимальном отклонении на луче аддитивно управляемой системы третьего порядка. Анализ и синтез автоколебаний

Зуева Ирина Олеговна
Студент
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: iozueva@gmail.com

Если решения асимптотически устойчивой динамической системы имеют колебательный характер, можно рассмотреть экстремальную задачу о максимальном изменении амплитуды колебаний, которая ставится с целью поиска наихудших возмущений. Наихудших в том смысле, что они способны разрушить асимптотическую устойчивость тривиального решения системы. Задача о максимальном отклонении по одной координате в фиксированный момент времени линейной стационарной системы была поставлена Б.В. Булгаковым в 1939 году. Постановка предполагает ограничения вида неравенств на управление как на функциональное включение. В [1,2] рассмотрены решения этой задачи для систем второго порядка с аддитивным и параметрическим управлениями. А так же в [2] получены решения для систем третьего порядка с малым параметром при старшей производной, построены предельные циклы и даны оценки качества робастной устойчивости положения равновесия.

В данной работе рассматривается управляемая система (*) третьего порядка

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_3 - a_2 - a_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \mu \end{pmatrix} u,$$

$$u(\cdot) \in \Omega = \{u(\cdot) \in KC : |u(t)| \leq 1\},$$

где параметры a_i таковы, что система является колебательной и асимптотически устойчивой, т.е. корни ее характеристического многочлена имеют вид:

$$\lambda_1 = -a, \quad \lambda_2 = -b + ic, \quad \lambda_3 = -b - ic, \quad a, b, c > 0.$$

Система (*) при отсутствии управления в случае равенства действительных частей характеристических корней имеет достижимые лучи – геометрические лучи с началом в положении равновесия, характеризующиеся тем, что решение системы (*) с начальными условиями на этих лучах возвращаются на них.

В связи с этим в работе задача о максимальном отклонении поставлена следующим образом. Пусть начальные условия системы (*) принадлежат лучу $A = kw = k(w_1, w_2, w_3)$, $k > 0$. Требуется предъявить такое управление $u(t)$, что $\exists t_1 : (x(t_1), y(t_1), z(t_1)) \in A$, $\forall t \in (t_0, t_1)\ (x(t), y(t), z(t)) \notin A$, $\sqrt{x^2(t_1) + y^2(t_1) + z^2(t_1)} \to min_{u(\cdot)\in\Omega}$.

Использую принцип максимума Понтрягина и метод точечного преобразования, были получены следующие результаты:

1. Для случая равенства действительных частей корней характеристического уравнения системы (*) было найдены управление, удовлетворяющее условиям принципа максимума, достижимый луч и сжимающее точечное преобразование амплитуд

на этом луче. Таким образом, был построен асимптотически устойчивый предельный цикл.

2. Для случая различных действительных частей было так же найдено управление, удовлетворяющее условиям принципа максимума, и был построен с помощью него предельный цикл.

3. В обоих случаях было получено управление как синтез автоколебаний.

Литература

1. Александров В.В., Александрова О.В., Приходько И.П., Темолтзи-Ауила Р. О синтезе автоколебаний / / Вестн. Моск. ун-та. Матем. Механ. 2007. 3. С. 41-43.

2. Александров В.В., Сидоренко Г.Ю., Темолзи-Ауила Р. Робастная устойчивость управляемых систем. Доклад на Международную Конференцию "Четаевские Чтения"(21-23 июня 2012 г.).