Секция «Математика и механика»

Устойчивость модели страхования с дискретным временем

Муромская Анастасия Андреевна
Студент
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: malvol@yandex.ru

Рассмотрим модель страхования с дискретным временем. Пусть $U(n)$ обозначает капитал страховщика в момент времени $n,\ n = 0, 1, 2, \dots$

Мы предполагаем, что

$$U(n) = u + cn - \sum_{i=1}^{n} X_i,$$

где u – начальный капитал, $c > 0$ – величина премий, поступающих от страхователей за единицу времени, $\{X_i,\ i \geq 1\}$ – независимые одинаково распределенные случайные величины, обозначающие величины страховых выплат.

Пусть также

$$T = \min\{n : n \geq 0 \ \text{ и } \ U(n) < 0\}$$

обозначает время разорения страховщика. Здесь мы полагаем $T = \infty$, если $U(t) \geq 0$ для всех t.

Обозначим через $\psi_n(u)$ вероятность разорения страховщика до момента времени n при условии, что его начальный капитал равен u, и пусть $\psi(u) = P(T < \infty)$.

Целью этой работы является определение вида $\psi(u)$ в зависимости от распределения исков $\{X_i,\ i \geq 1\}$.

Основные этапы изучения вероятности $\psi(u)$:

1. Вывод рекуррентной формулы для $\psi_n(u)$.

Лемма [3]:

Верно утверждение :

$$\psi_n(u) = 1 - F(u + c) + \int_0^{u+c} \psi_{n-1}(u + c - x) f(x) dx,$$

где $f(x)$ – плотность распределения X_1.

2. Получение интегрального уравнения для $\psi(u)$, изучение его решений в зависимости от $f(x)$.

3. Исследование $\psi(u)$ при помощи равенства

$$\psi(u) = \frac{exp(-Ru)}{E[exp(-RU_T)|T < \infty]},$$

где R – это коэффициент Лундберга [1],[2].

Нахождение явного вида $\psi(u)$ в случае экспоненциального распределения X_1.

4. Оценка близости вероятностей разорения $\psi(u)$ для различных плотностей $f(x)$.

Литература

1 Бауэрс Н., Гербер Х., Джонс Д., Несбитт С., Хикман Дж. Актуарная математика. (перев. с англ.) - М.:Янус-К, 2001.

2 Денисов Д.В. Теория риска. - М.: 2002.

3 Wai-Sum Chan, Lianzeng Zhang. Direct Derivation of Finite-Time Ruin Probabilities in the Discrete Risk Model with Exponential or Geometric Claims //North American Actuarial Journal,Volume 10,Number 4.