Секция «Математика и механика»

Стохастические свойства динамической системы и размерность пространства её траекторий

Обухов Евгений Яковлевич
Аспирант
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: evob@inbox.ru

Рассматривается пространство всех бесконечных односторонних последовательностей с элементами из конечного множества. На нём вводится стандартная метрика с характеристическим параметром a. В этом пространстве берётся произвольное замкнутое, инвариантное относительно сдвига σ множество F. Рассматривается преобразование $T = \sigma^m$, где m - натуральное число. По F и T стандартным образом строится множество траекторий $\widetilde{F}$, которое вложено в пространство всех траекторий с соответствующей стандартной метрикой с характеристическим параметром b. Пусть h - топологическая энтропия динамической системы (F, σ).

Теорема 1. Хаусдорфова размерность множества $\widetilde{F}$ равна $\frac{mh}{\ln b}$, если $a^m > b$, и $\frac{h}{\ln a}$, если $a^m \leqslant b$.

Это в некотором роде обобщение результата из [3].

В более общем случае рассматривается произвольное компактное метрическое пространство (X, ρ) и внутренне-гиперболическое отображение T (в смысле определения из [1]) с параметрами сжатия и растяжения $\lambda_1, \lambda_2 \in (0; 1)$. Пусть h - топологическая энтропия динамической системы (X, T), b - характеристика метрики на пространстве траекторий $\widetilde{X}$. С помощью методов, аналогичных [2], доказывается

Теорема 2. Верхняя ёмкостная размерность множества $\widetilde{X}$ не превосходит $h\left(\frac{1}{\ln b} - \frac{1}{\ln \lambda_1} - \frac{1}{\ln \lambda_2}\right)$, а нижняя ёмкостная размерность больше или равна $\frac{h}{\ln b}$.

Литература

1. Ильяшенко Ю. С., Ли В., Нелокальные бифуркации, 2-е изд., М., МЦНМО, 2009.

2. Салтыков П. С., О связи топологической энтропии и энтропийной размерности, Мат. заметки, т. 86 (2009), 2, 280-289.

3. Furstenberg H., Disjointness in Ergodic Theory, Minimal Sets, and a Problem in Diophantine Approximation, Math. Syst. Theory, 1 (1967).